

文章编号: 1000-8055(2002)02-0250-05

不确定性系统鲁棒 H_∞/H_2 混合控制 在航空发动机中的应用

王 曦, 陈华荣

(北京航空航天大学 动力系, 北京 100083)

摘要: 将结构参数不确定性问题引入到参数化的一般 H_∞ 控制器中, 并考虑 H_2 性能指标, 提出了 1 种被控系统中存在结构参数不确定性的混合 H_∞/H_2 控制器的设计方法, 给出了相应问题求解的充分必要条件, 问题的解归结为求解 3 个 Riccati 方程。设计的控制器在某型双转子涡轮发动机气动热力学非线性模型上进行了仿真验证。

关键词: 结构参数; 不确定性; 鲁棒控制; 航空发动机

中图分类号: V 233. 7

文献标识码: A

Robust H_∞/H_2 Mixed Control for Aeroengine Parameter Uncertainty Systems

WANG Xi, CHEN Hua-rong

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Based on introducing structured parameter uncertainty problems into general H_∞ controller involving free parameters and taking into consideration of H_2 cost performance, a design method of mixed H_∞/H_2 controller with structured parameter uncertainty in the plant is presented. Necessary and sufficient conditions for solving corresponding problems are derived. It is shown that the solution to this problem involves solving three algebraic Riccati equations. Simulations on nonlinear model of twin-spool turbojet engine aerothermodynamics are performed to verify the results.

Key words: structured parameters; uncertainty; robust control; aeroengine

1 引 言

航空发动机系统中, 存在参数不确定性的鲁棒控制问题。从性能方面讲, H_∞ 控制着重于鲁棒稳定性和抗干扰性, 但这是以牺牲系统的其他性能为代价的; H_2 控制的优势在于过渡态品质性能, 但它对模型摄动产生的不确定性不具有鲁棒性。本文将模型中的结构参数不确定性与 H_∞/H_2 混合控制相结合, 在发动机控制系统中给出了 1

种解决问题的途径。

文中符号定义: $T_{yx}(s)$ 表示信号 x 到信号 y 的传递函数, RH_∞ 表示真的稳定有理函数, BH_∞ 表示 H_∞ 范数小于 1 的 RH_∞ 函数, RH_2 表示严格真的稳定有理函数, BH_2 表示 H_∞ 范数小于 1 的 RH_2 函数, $\langle \Sigma, K \rangle$ 表示被控对象 Σ 和控制器 $K(s)$ 组成的闭环系统, D^+ 为 D 的左逆或右逆, $D^\perp$ 为 D 的正交补。

收稿日期: 2001- 12- 20; 修订日期: 2002- 02- 22

作者简介: 王曦(1961-), 男, 北京航空航天大学动力系副研究员, 博士

2 参数不确定性系统的 H_∞/H_2 混合控制

考虑如下结构参数不确定性系统的 H_∞/H_2 混合控制问题

$$\begin{aligned} \dot{x} &= [A + \Delta A(t)]x + B_1w + B_qw_q + \\ &\quad [B_2 + \Delta B_2(t)]u \\ \Sigma_1: \quad z &= Cx + Du \\ z_q &= C_qx + D_qu \end{aligned}$$

$[\Delta A(t) \ \Delta B_2(t)] = H F(t) [E_1 \ E_2]$
其中: x 为状态向量, u 为控制输入, $\{w, z\}, \{w_q, z_q\}$ 分别为用于 H_∞ 和 H_2 控制的干扰信号和被控量, A, B_1, B_2, C, D 为已知定常阵, $F(t) \in \Omega = \{F(t) | F^T(t)F(t) \leq I, \forall t\}$ 为可允许的不确定性矩阵。

问题 1 对于系统 Σ_1 及任意 $F(t) \in \Omega = \{F(t) | F^T(t)F(t) \leq I, \forall t\}$, 寻求一个状态反馈控制律 $u = K(s)x$, 使得闭环系统 $\langle \Sigma_1, K \rangle$ 对给定的 $\gamma > 0$, 满足如下性能指标:

- (1) 鲁棒性能指标: $\langle \Sigma_1, K \rangle$ 二次稳定, 且 $\|T_{zw}(s)\|_\infty < \gamma$
- (2) 干扰抑制指标: 设 $Q = C^TC \geq 0, R = D^TD > 0$ 为矩阵, 则:

$$\int \{x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)\}dt < \gamma^2 \int w^T(t)w(t)dt :$$

$$\forall w(t), \forall T > 0, x(0) = 0$$

- (3) H_2 性能指标: $J = \|T_{z_qw_q}\|_2$ 最小。

问题 1 是一个多性能目标约束的优化问题, 解决的方法是: 首先对于参数不确定性系统 Σ_1 , 假设存在 $u = K(s)x$, 使得闭环系统 $\langle \Sigma_1, K \rangle$ 对给定的 $\gamma > 0$, 满足上述性能指标 (1) 和 (2), 则存在 1 个 $\lambda > 0$, 使得 Σ_1 在满足这 2 个性能指标的前提下可以等价转化为如下的参数确定性系统 $\Sigma_2^{[5]}$, 在状态反馈 $u = K(s)x$ 控制下, 使得 $\langle \Sigma_2, K \rangle$ 内稳定, 且 $T_{zw}^-(s) \in BH_\infty$:

$$\begin{aligned} \Sigma_2: \quad \dot{x} &= Ax + \overline{B_1}w + B_qw_q + B_2u \\ \overline{z} &= \overline{C}x + \overline{D}u \\ z_q &= C_qx + D_qu \end{aligned}$$

其中: $\overline{B_1} = [\gamma^{-1}B_1 \ \lambda H] = \tilde{B}_1R, \tilde{B}_1$ 列满秩, $RR^T = I, \overline{C} = [C^T \ \lambda^{-1}E_1^T]^T, \overline{D} = [D^T \ \lambda^{-1}E_2^T]^T$

其次, 对于参数确定性系统 Σ_2 , 暂不考虑 H_2

指标, 按状态反馈 H_∞ 控制参数化^[5]; 最后, 在性能指标 $\min \|T_{z_qw_q}\|_2$ 的约束下按输出反馈 H_2 控制唯一确定 H_∞ 控制器中的 2 个未定参数^[5]。

定理 1^[5] 对于系统 $\Sigma_2, (A, B_2)$ 能稳定, $B_q, \overline{D}, D_q$ 列满秩, $D_q^TC_q = 0, (A - B_2\overline{D}^+\overline{C}, \overline{D}^+\overline{C})$ 在虚轴上无不可观测极点, 问题 1 有解的充分必要条件为存在 $\lambda > 0$, 下述 3 个 Riccati 方程有稳定化半正定解 $Y \geq 0, Z \geq 0$ 和 $P \geq 0$ 。

$$\begin{aligned} (A - B_2\overline{D}^+\overline{C})^TY + Y(A - B_2\overline{D}^+\overline{C}) + \\ Y(\overline{B_1}\overline{B_1}^T - B_2\overline{E}^{-1}B_2^T)Y + (\overline{D}^+\overline{C})^T(\overline{D}^+\overline{C}) = 0 \\ A^TZ + ZA_q + Z\tilde{B}_1\tilde{B}_1^TZ + (\overline{E}^{1/2}\overline{F}_q)^T(\overline{E}^{1/2}\overline{F}_q) = 0 \\ A^TP + PA - PB_2(D_q^TD_q)^{-1}B_2^TP + C_q^TC_q = 0 \end{aligned}$$

其中: $\overline{E} = \overline{D}^T\overline{D}$

$$A_q = A + B_2\overline{F}_\infty + B_qB_q\tilde{B}_1\tilde{B}_1^TY + B_2\overline{F}_q$$

$$\begin{aligned} \overline{F}_\infty &= -\overline{D}^+\overline{C} - \overline{E}^{-1}B_2^TY \\ \overline{F}_q &= -\overline{F}_\infty - (D_q^TD_q)^{-1}B_2^TP \end{aligned}$$

上述条件成立时, 参数不确定性系统 Σ_1 的 H_∞/H_2 混合控制器 $K(s)$ 的解为:

$$K(s) = \overline{F}_\infty + [I + \overline{F}_q\Phi_q^{-1}B_2]^{-1} \cdot [\overline{F}_q(I + \Phi_q^{-1}T_3)]$$

其中: $\Phi_q = sI - A_q, \overline{A}_\infty = A + B_2\overline{F}_\infty$

$$T_3 = A_q - \overline{A}_\infty - \tilde{B}_1\tilde{B}_1^TY$$

3 在双转子涡喷发动机的应用

双转子涡喷发动机模型在数学上是一组非线性气动热力学微分方程, 在飞行包线内表现为一个参数不确定性系统, 对此按上述方法设计 H_∞/H_2 混合控制器, 首先要进行状态空间模型的线性化处理^[6], 发动机若按最大状态调节规律^[5]设计控制器, 要求用信号 n_L 和 T_6^* 构成反馈, 但是发动机状态空间模型中^[5], 状态向量中不含 T_6^* , 因此, 要将模型按以下方法先进行转换, 使得状态向量中含有要求的反馈信号。

设未变换前的发动机状态空间描述为:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1w + B_2v \\ y &= Cx + D_1w + D_2v \end{aligned}$$

其中: $x = [x_1^T \ x_2^T]^T$

$$\begin{aligned} x_1 &= [n_L \ n_H \ W_f]^T \\ x_2 &= A_8, w = [H \ M_a]^T \\ y &= [n_L \ T_6^* \ n_H]^T \end{aligned}$$

设 $C = [C_1 \ C_2]$ 行满秩, 令 $x = T\xi$, 其中:

$$T = \begin{bmatrix} C_1^{-1} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

则

$$\ddot{\xi} = \bar{A}\xi + \bar{B}_1 w + \bar{B}_2 v$$

$$y = \bar{C}\xi + D_1 w$$

其中: $\bar{A} = T^{-1}AT$, $\bar{B}_1 = T^{-1}B_1$

$$\bar{B}_2 = T^{-1}B_2, \quad \bar{C} = CT$$

则变换后的模型为:

$$\dot{\tilde{x}} = \tilde{A}\tilde{x} + \tilde{B}_1 \tilde{w} + \tilde{B}_2 \tilde{v}$$

其中: $\tilde{x} = [n_L \ T_6^* \ n_H \ A_8]^T$

$$\tilde{w} = [w^T \ w^T]^T, \quad \tilde{v} = [v \ v^T]^T$$

$$\tilde{A} = J^{-1}AJ$$

$$\tilde{B}_1 = J^{-1} \left[\bar{B}_1 - A \begin{bmatrix} D_1 \\ 0 \end{bmatrix} \right] \begin{bmatrix} D_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{B}_2 = J^{-1} \left[\bar{B}_2 - A \begin{bmatrix} D_2 \\ 0 \end{bmatrix} \right] \begin{bmatrix} D_2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$J = \begin{bmatrix} I & -C_2 \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

其次, 在飞行包线内选定一点作为标称点, 将其周围的点作为对该标称点的摄动, 则可构造参数不确定性系统 $\Sigma_1^{[5]}$, 在 Σ_1 向 Σ_2 的转化中需要对不确定性进行 H - F (t) - E 分解处理 (参见文献 [6]), 最后按本文所述方法进行控制器的设计, 求解过程如下。

标称点 $\Rightarrow$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & b_{111} & b_{112} & b_{211} & b_{212} \\ a_{21} & a_{22} & b_{121} & b_{122} & b_{221} & b_{222} \\ c_{11} & c_{12} & d_{111} & d_{112} & d_{211} & d_{212} \\ c_{21} & c_{22} & d_{121} & d_{122} & d_{221} & d_{222} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -1.695 & 1.082 & -0.606 & 2.189 & 5937.092 & 6.892 \\ -0.141 & -2.106 & 0.683 & 10.493 & 5013.696 & 1.425 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.025 & 0.002 & -11.352 & 133.904 & 588.200 & -0.087 \end{bmatrix}$$

H - F (t) - E 分解 $\Rightarrow$

$$H = \begin{bmatrix} 0.118 & -1.022 & 0.181 & 0 \\ -3.518 & -0.035 & 0.003 & 0 \\ -0.016 & 0.288 & 0.642 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E_1 = \begin{bmatrix} 0.072 & -0.051 & -0.069 & -0.092 \\ -0.897 & 0.367 & 0.378 & 0.712 \\ 0.648 & 0.241 & 0.393 & 0.256 \\ -0.064 & -0.031 & 0.494 & 0.072 \\ 0.082 & 0.352 & -0.331 & 0.316 \\ -0.030 & 0.186 & 0.035 & -0.157 \end{bmatrix}$$

$$E_2 = \begin{bmatrix} -3.198 & 0.111 \\ -0.036 & 0.532 \\ 0.005 & 0.304 \\ -0.032 & -0.537 \\ -0.015 & -0.292 \\ 0.000 & 0.004 \end{bmatrix}$$

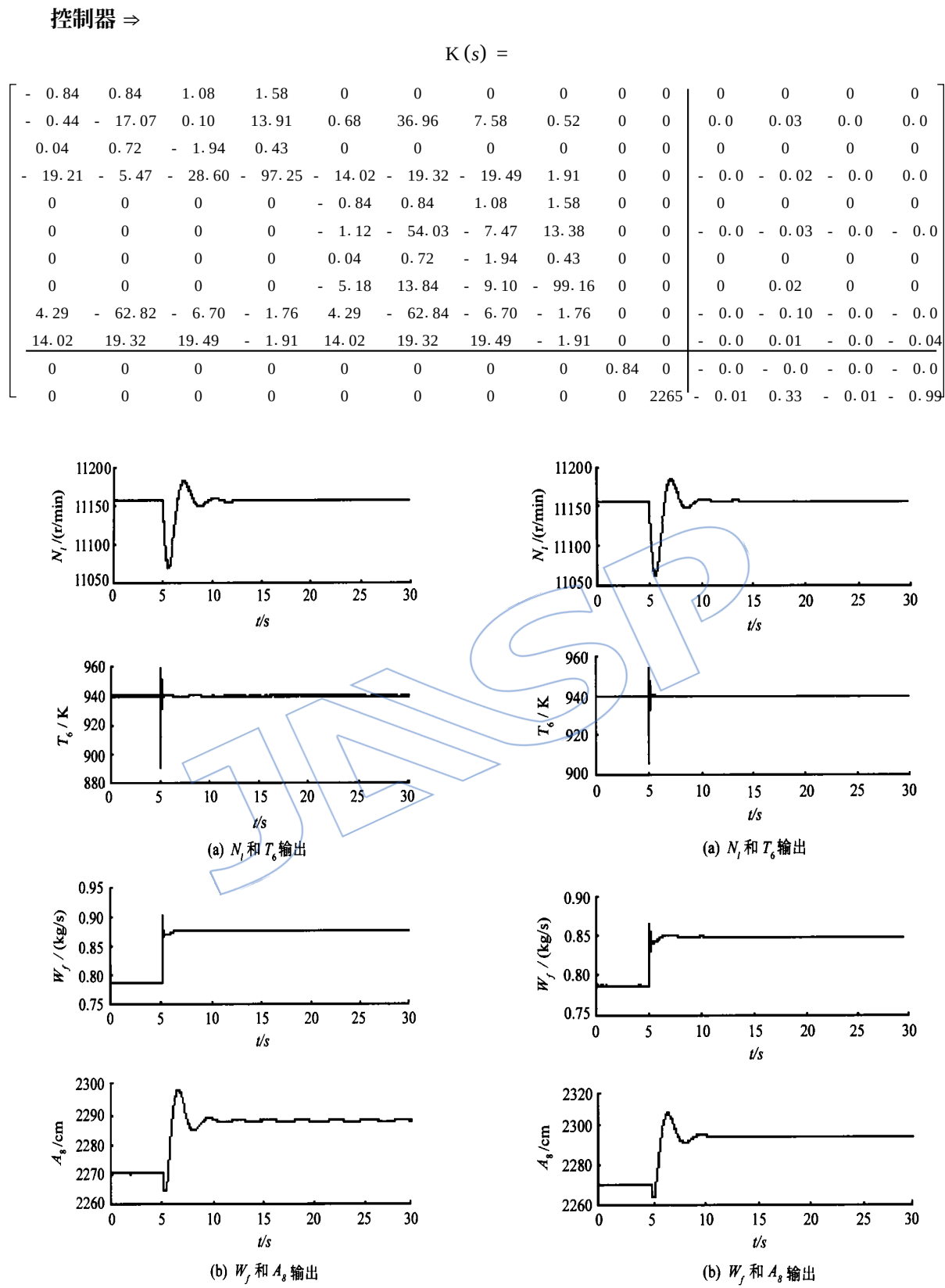
参数 $\Rightarrow \gamma = 1, \lambda = 1$

$$C = \begin{bmatrix} 0.31 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C_q = \begin{bmatrix} 0.31 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_q = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$



求 N_1 和低压涡轮出口总温 $T_6=940\text{ K}$ 不变, 所得到的 N_1 和 T_6 输出响应; 图 1(b)为相应的主燃油量 W_f 和尾喷口 A_8 的调节仿真曲线。图 2(a)为非设计点状态 $N_1=11156\text{ r/min}$ 和 $H=10\text{ km}$ 不变, 在第 5 s 时 M_a 由 1.3 阶跃升到 1.4, 要求 N_1 和 $T_6=940\text{ K}$ 不变, 得到的 N_1 和 T_6 输出响应; 图 2(b)为相应的 W_f 和 A_8 的调节仿真曲线。其他仿真图略。从仿真结果可知, 控制系统具有较好的鲁棒稳定性、抗干扰性和跟踪目标性能。

参考文献

[1] Rotea M A, et al Optimal Control with an H_∞ Constraint:

The State Feedback Case[J] Automatic, 1991, 27(2): 307 - 316
[2] 美多勉 H_∞ 控制[M] 昭晃堂, 1994
[3] Doyle J C et al State Space Solution to Standard H_2 and H_∞ Control Problems [J] IEEE Trans Automat Contr, 1989, 34(8): 831- 847.
[4] Peter D, et al Linear Quadratic Control[M] Prentice-Hall, 1995
[5] 王曦 航空发动机结构不确定性系统多变量鲁棒 H_∞ 控制 [D] 西安: 西北工业大学, 1998
[6] 王曦 航空发动机多变量鲁棒数字控制器的设计[J] 航空动力学报, 2001, 16(3): 295- 299

(责任编辑 王震华)

更正: 第 17 卷第 1 期 132 页地脚末行“作者简介”中:“男”应为“女”, 特此更正。

